

Titre : Le problème isopérimétrique et l'étude de sa stabilité

Résumé :

Dans cet exposé, nous essayons de présenter le problème isopérimétrique en dimension 2, en dimensions supérieures, et nous présentons des résultats d'inégalités quantitatives.

Si l'on dispose d'une ficelle et que l'on souhaite délimiter la plus grande aire possible, l'intuition nous conduit naturellement vers le cercle. Mais est-ce vraiment le cas ?

La première difficulté consiste à préciser correctement les notions manipulées : volume, aire, périmètre, surface. Cette question, ainsi que sa généralisation en dimensions supérieures, a été étudiée depuis l'Antiquité. Nous visitons les premières démonstrations, souvent partielles, proposées dans le plan par Zénodore puis Steiner, qui confortent l'idée que le cercle est optimal.

Nous présentons ensuite une démonstration plus générale, valable en toute dimension.

Enfin, nous abordons les questions suivantes :

Peut-on affirmer que, si le périmètre d'un ensemble de volume égal à celui de la boule unité se rapproche de celui de la boule, alors l'ensemble en question se rapproche lui aussi d'une boule ? Peut-on, de plus, obtenir des informations quantitatives sur ce rapprochement ?